

**MATEMÁTICAS II**

**INDICACIONES AL ALUMNO**

1. Debe escogerse una sola de las opciones.
2. Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
3. Entre corchetes se indica la puntuación máxima de cada apartado.
4. **No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables. Tampoco está permitido el uso de dispositivos con acceso a Internet.**

**OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1**

**Ejercicio 1**

Sean  $x, y, z$  números reales. Consideremos las matrices

$$A = \begin{pmatrix} z & 2 & x \\ 1 & -y & -z \\ x+z & -y & z \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

- 1) [2 PUNTOS] Escriba un sistema de ecuaciones en las incógnitas  $x, y, z$  que resuelvan el problema matricial  $AB = C$  y calcule todas sus soluciones.
- 2) [1,25 PUNTOS] Si  $x = 0, y = 0$ , calcule para qué valores de  $z$  la matriz  $A$  tiene rango 2.

**Ejercicio 2**

Sea  $f(x) = \frac{x-1}{x^2-7x+10}$ .

- 1) [2,5 PUNTOS] Calcule todas las primitivas de  $f(x)$ .
- 2) [1 PUNTO] Calcule el área encerrada por la gráfica de  $f(x)$  y las rectas  $y = 0, x = 3$  y  $x = 4$ .

**Ejercicio 3**

Tomemos la recta  $r : \begin{cases} x - y + z = 1 \\ 2x - z = 0 \end{cases}$  y el plano  $\Pi : 3x - y = 2$ .

- 1) [1 PUNTO] Demuestre que  $r$  y  $\Pi$  son paralelos.
- 2) [1 PUNTO] Calcule una recta paralela a  $r$  contenida en  $\Pi$ .
- 3) [1 PUNTO] Calcule la distancia de  $r$  a  $\Pi$ .
- 4) [0,25 PUNTOS] ¿Cuál es el vector director de la recta  $s : \frac{x-2}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z+4}{2}$  ?

## OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2

### Ejercicio 1

Considere el sistema siguiente dependiente del parámetro  $b \in \mathbb{R}$

$$\begin{pmatrix} 2 & b & 0 \\ -1 & 0 & b \\ -1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

- 1) [2 PUNTOS] Clasifique el tipo de sistema según el parámetro  $b$ .
- 2) [1,25 PUNTOS] Calcule todas las soluciones del sistema en el caso  $b = -2$ .

### Ejercicio 2

Se quiere construir un cilindro de volumen  $250 \cdot \pi$  metros cúbicos y área mínima.

- 1) [0,5 PUNTOS] Exprese la altura  $h$  del cilindro en función del radio  $r$  de la base.
- 2) [0,5 PUNTOS] Calcule la función  $a(r)$  que expresa el área del cilindro en función del radio de la base.
- 3) [2,5 PUNTOS] Calcule el valor del radio y la altura que hacen el área mínima.

*Datos: Volumen del cilindro:  $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$ , área del cilindro:  $A = 2\pi \cdot r^2 + 2\pi \cdot r \cdot h$*

### Ejercicio 3

Sean  $r$  y  $s$  las rectas

$$r : \begin{cases} x = 1 \\ y = 2t \\ z = -2 + 3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

$$s : \frac{x-1}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-2}.$$

- 1) [1,25 PUNTOS] Calcule la posición relativa de  $r$  y  $s$ .
- 2) [1,5 PUNTOS] Calcule la distancia entre  $r$  y  $s$ .
- 3) [0,5 PUNTOS] Calcule el plano perpendicular a  $s$  que pasa por  $(0, 1, 0)$ .